

2017 年度・基礎物理学 I 第 1 回講義資料 ①

【予習】と【宿題】はレポートにして次週の講義の前日までに 7 号館 P514 室に提出すること。答えだけでなく途中計算も書くこと。宿題と予習は講義の時間に配布するが、Web からダウンロードできる。<http://aplab.konan-u.ac.jp/~tokonatu/kisobuturiI-2017/>

【論理】

物理学は自然界の現象とその性質を理解することを目的とする学問。
数学を言葉・道具として使い、数学の論理を展開して説明する。
数学の論理は 原理、定義、法則、仮定の 4 つをもとに行う。

原理 Principle：事実の認められる出発点

(公理 Axiom：議論の前提)

定義 definition：概念の明示

法則 law：原理から導出

(定理 theorem：公理から導出)

仮説 hypothesis: 説明のためにおく命題

【等号と式】

等号には代入と比較の 2 つの意味がある。以下の 4 つの式を区別すること。

- ・ 定義式 : $x=2$ x に 2 を代入している
- ・ 恒等式 : $(x+2)^2=x^2+4x+4$ 同じものを別の形で表している
- ・ 方程式 : $(x+2)^2=0$ 変数の値や関数の形を制限している
- ・ 関数 : $y=(x+2)^2$ 変数に対応して決まる値の集合を表す

【解答の書き方】

解答の書き方 — 答えへの道筋を論理的に示していなければならない。必要最小限のことを書く。途中計算などは省いてよい。必要最小限のこととは

- (1) 未定義の文字を定義する。(例 : 求める速度を v とおくと)
- (2) 根拠とする原理・法則・仮説 (例 : 力学的エネルギー保存則より)
- (3) 式 (例 : $\frac{1}{2}mv^2 = mgh$)
- (4) 答 (例 : $v = \sqrt{2gh}$)

問 1 (1)から(5)までの等号のもつ意味を判別し、

- (a) 定義式 (b) 恒等式 (c) 方程式 (d) 関数

の中から選べ

$$(1) v = \frac{dx}{dt}$$

$$(2) \frac{dx^n}{dx} = nx^{n-1}$$

$$(3) \frac{df(x)}{dx} = \lambda f(x)$$

$$(4) a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

$$(5) \frac{dx(t)}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{x(t+\Delta t) - x(t)}{\Delta t}$$

例題 1 以下の式を証明せよ

$$\sum_{k=1}^n 2^{k-1} = 2^n - 1$$

解

$n = 1$ のとき 左辺は

$$\sum_{k=1}^1 2^{k-1} = 2^{1-1} = 1$$

右辺は $2^1 - 1 = 1$

したがって $n = 1$ のとき与式は成り立つ

次に任意の自然数 m について $n = m$ のときに与式が成り立つと仮定すると

$$\sum_{k=1}^m 2^{k-1} = 2^m - 1 \quad \text{①}$$

$n = m+1$ のとき 左辺は

$$\sum_{k=1}^{m+1} 2^{k-1} = \sum_{k=1}^m 2^{k-1} + 2^{m+1-1} = \sum_{k=1}^m 2^{k-1} + 2^m$$

$$\text{① より } = 2^m - 1 + 2^m = 2 \times 2^m - 1 = 2^{m+1} - 1$$

したがって $n = m+1$ のときも与式が成り立つ

よって数学的帰納法により任意の自然数 n に対して与式が成り立つ

問 2 例題 1 に倣って、以下の式を証明せよ

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)} = \frac{n}{n+1}$$

2017 年度・基礎物理学 I 第 1 回宿題

問 1 次の等号のもつ意味を判別し

① 定義式 ② 恒等式 ③ 方程式 ④ 関数 の中から選べ

(1)

$$\sum_{k=1}^n 2^{k-1} = 2^n - 1$$

(2) $y = 3x - 2$

(3) $\frac{1}{4}x^4 - \frac{4}{3}x^3 = 0$

問 2 以下の式を証明せよ

$$\sum_{k=1}^n k \cdot 2^k = (n - 1) 2^{n+1} + 2$$

問 3 すべての自然数 n に対して $2^{2n-1} + 1$ は 3 の倍数であることを証明せよ

2017 年度・基礎物理学 I 第 2 回予習①

問 1 $P=x^2-3x+2$, $Q=2x^2+x-5$, $R=3x^2+1$ のとき
 $2P+Q-R$ を計算せよ

問 2 次の式を展開せよ

(1) $(5x+3)(x^3-x+1)$

(2) $(5-3x)^2$

(3) $(3a+5b)(3a-5b)$

問 3 次の式を因数分解せよ

(1) $ax^2-4ax+4a$

(2) $(2a-b)^2-(2a-b)-6$

(3) $2x^3-5x^2y-5yz+2zx$

問 4 次の式を簡単にせよ

(1) $(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2$

(2)

$$\frac{8}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}$$

問 5 次の方程式を解け

(1) $6x^2+29x-5=0$

(2) $x^2+\frac{1}{2}x-\frac{1}{4}=0$

問 6 $\triangle ABC$ において $a=3$, $b=4$, $c=2$ のとき、次の値を求めよ

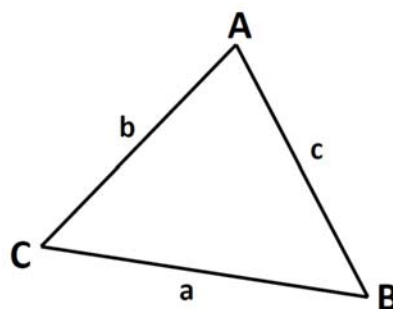
(1) $\cos B$

(2) $\sin B$

(3) 面積

(4) 外接円の半径 R

(5) 内接円の半径 r



問 7 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ で $\sin \theta \cos \theta = \frac{1}{8}$ のとき、次の式の値を求めよ

(1) $\sin \theta + \cos \theta$

(2) $\sin^4 \theta + \cos^4 \theta$

2017 年度・基礎物理学 I 第 2 回予習②

問 8 次の正弦($\sin\theta$)、余弦($\cos\theta$)、正接 ($\tan\theta$) の値を求めよ

- (1) $-\frac{5}{4}\pi$ (2) 5π (3) $\frac{10}{3}\pi$ (4) $\frac{35}{6}\pi$

問 9 α は鋭角、 β は鈍角で $\cos\alpha = \frac{1}{2}$ $\sin\beta = \frac{1}{2}$ のとき、次の値を求めよ

- (1) $\sin(2\pi - \beta)$
(2) $\cos(2\pi + \alpha)$
(3) $\tan(2\pi - \beta)$

問 10 次の関数を微分せよ

- (1) $y = \sin(4x+1)$
(2) $y = \cos^2 x$
(3) $y = \frac{1}{\tan^2 x}$

答え

問 1 $x^2 - 5x - 2$

- 問 2 (1) $5x^4 + 3x^3 - 5x^2 + 2x + 3$
(2) $9x^2 - 30x + 25$
(3) $9a^2 - 25b^2$

問 3 (1) $a(x-2)^2$ (2) $(2a-b-3)(2a-b+2)$ (3) $(x^2+z)(2x-5y)$

問 4 (1) $5 - 2\sqrt{6}$ (2) $2(\sqrt{7} + \sqrt{3})$

問 5 (1) $x = \frac{1}{6}, -5$ (2) $\frac{1}{4}(-1 \pm \sqrt{5})$

問 6 (1) $-\frac{1}{4}$ (2) $\frac{\sqrt{15}}{4}$ (3) $\frac{3}{4}\sqrt{15}$ (4) 正弦定理より $\frac{8}{\sqrt{15}}$

(5) 3 分割して面積を求める $\frac{\sqrt{15}}{6}$

問 7 (1) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ (2) $\frac{31}{32}$

問 8 (1) $\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}, -1$ (2) $0, -1, 0$ (3) $-\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}, \sqrt{3}$ (4) $-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{\sqrt{3}}$

問 9 (1) $-\frac{1}{2}$ (2) $\frac{1}{2}$ (3) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

問 10 (1) $y' = 4 \cos(4x+1)$ (2) $y' = -2 \cos x \sin x$ (3) $y' = -2 \frac{\cos x}{\sin^3 x}$