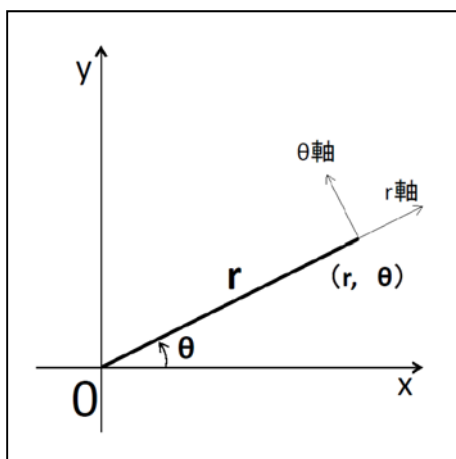


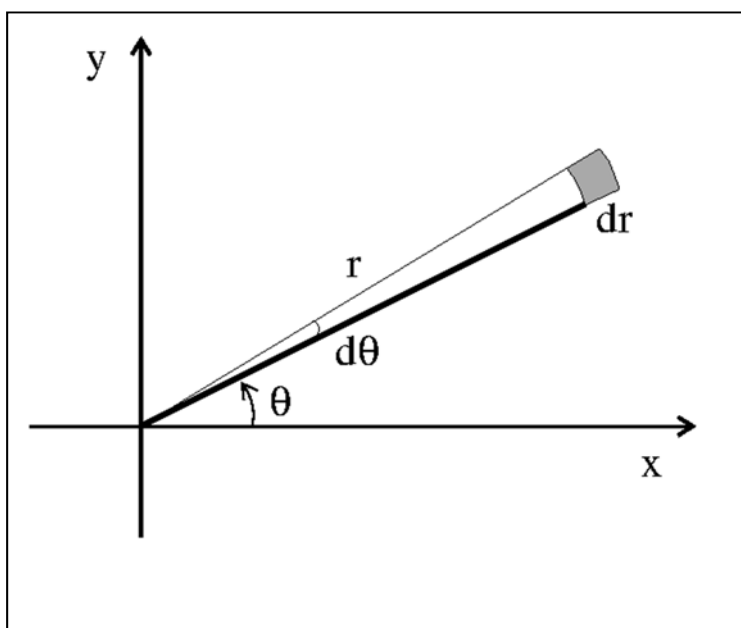
2017 年度・基礎物理学 I 第 7 回講義 ①

【予習】と【宿題】はレポートにして次週の講義の前日までに 7 号館 P514 室に提出すること。答えだけでなく途中計算も書くこと。宿題と予習は講義の時間に配布するが、Web からダウンロードできる。<http://aplab.konan-u.ac.jp/~tokonatu/kisobuturiI-2017/>

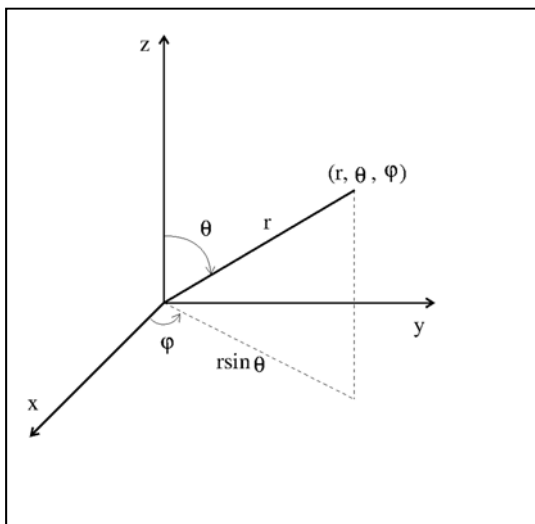
2次元極座標 Polar Coordinate system



☆ x, y で表す座標をデカルト座標、カルテシアン座標 Cartesian Coordinate という
2次元極座標で (r, θ) を $(dr, d\theta)$ ずらして微小領域 ds を作る



3次元極座標

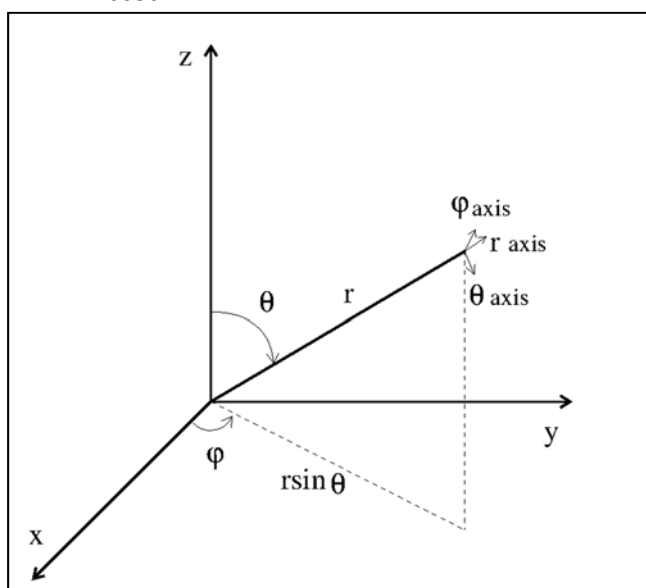


☆地球でいうと

r は半径
 θ は $90^\circ - \text{北緯}$
 φ は東経

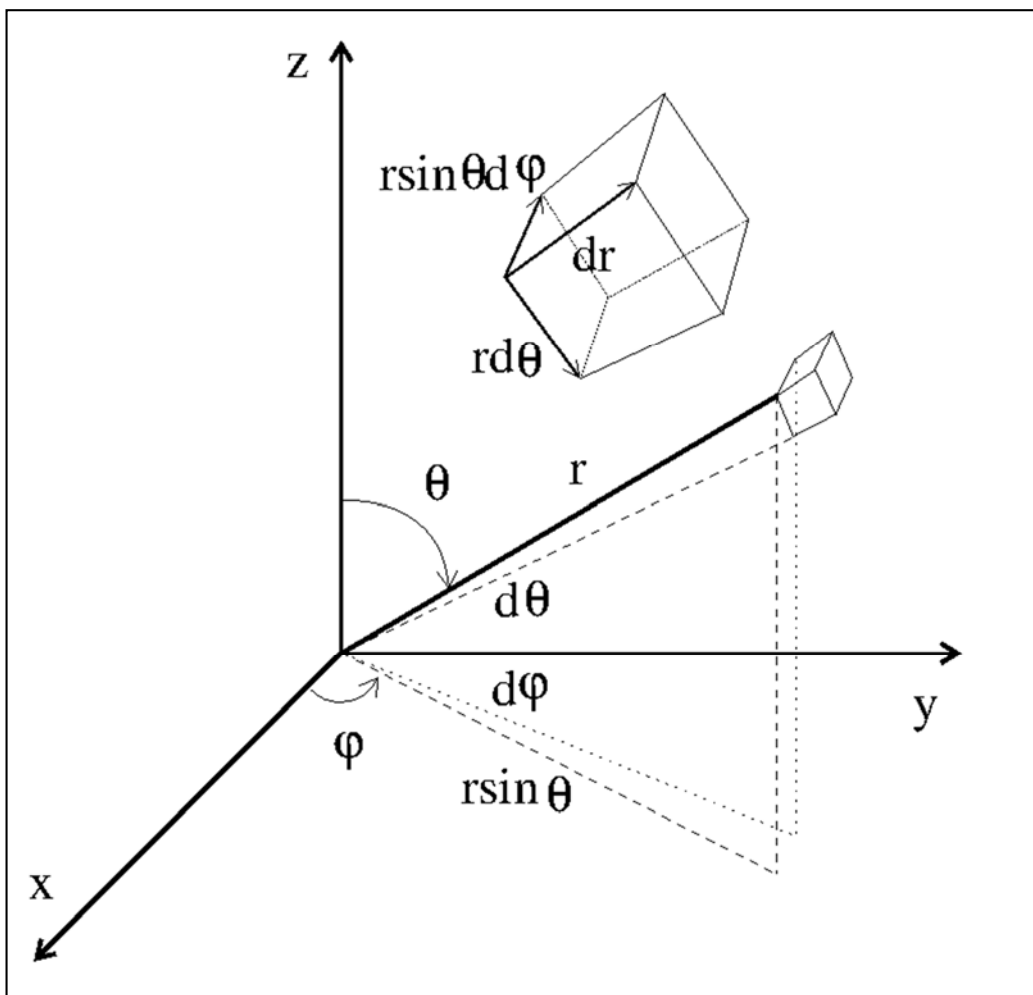
に対応する。

$$\begin{cases} x = r \sin\theta \cos\varphi \\ y = r \sin\theta \sin\varphi \\ z = r \cos\theta \end{cases}$$



r を少し増やした向きが r 軸
 θ を少し増やした向きが θ 軸
 φ を少し増やした向きが φ 軸

3次元極座標で (r, θ, φ) を $(dr, d\theta, d\varphi)$ ずらして微小領域 dv を作る



$$dv = r^2 \sin \theta d\varphi d\theta dr$$

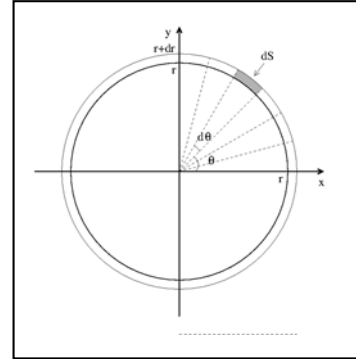
問 1 dv を示す図を書いてみよう。定規を使って正確に書くこと。

問 2 $(r, \theta, \varphi) = (3\text{m}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{6})$, $(dr, d\theta, d\varphi) = (0.1\text{m}, \frac{\pi}{10}, \frac{\pi}{10})$
 のとき dv を求めよ。

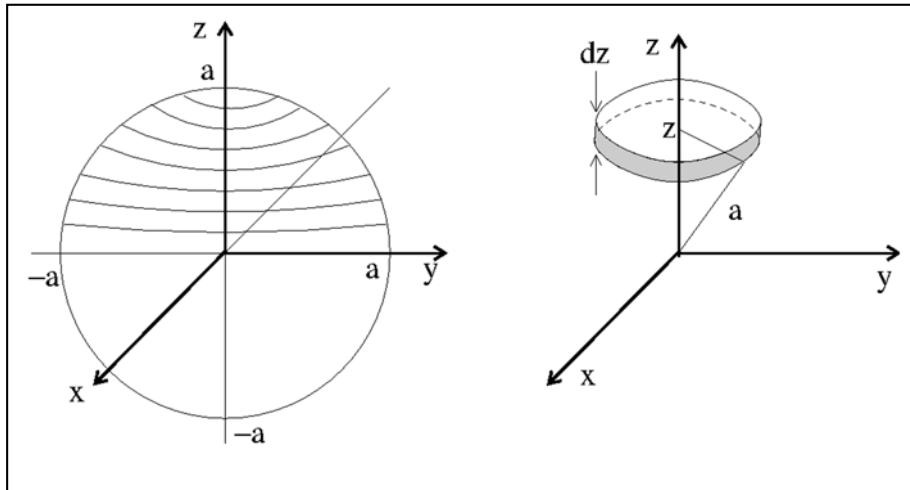
問 3 極座標を使って、円の面積を求めよ。

(1) $ds = r d\theta dr$ を θ で積分して半径 r の円と半径 $r + dr$ の円で囲まれた円殻の面積を求めよ。

(2) 上で得られた式を $r = 0$ から $r = a$ まで積分して円の面積を求めよ。



問 4 半径 a の球の体積を厚さ dz の円板に z 軸と垂直に輪切りに分割して求めよ。

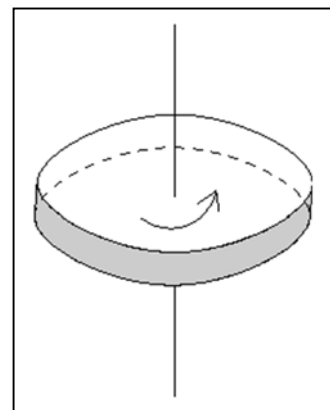


問 5 半径 a の球の体積を厚さ dr の球殻に (たまねぎ状に) 分割して求めよ。

問 6 回転軸から距離 r にある質量 m の質点の慣性モーメント I は

$$I = mr^2$$

であたえられる。半径 a の円板の中心に円板に垂直な方向に回転軸をとる。円板の慣性モーメントを求めよ。ただし円板の質量を M とする。



2017 年度・基礎物理学 I 第 7 回宿題 ①

問 1 3次元極座標で点 $(r, \theta, \varphi) = (3, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3})$ を図示せよ。

問 2 2次元極座標を使って、半径 R の円の面積を求めよ。

問 3 3次元極座標で $(r, \theta, \varphi) \sim (r + dr, \theta + d\theta, \varphi + d\varphi)$ からできる微小領域 dv を図示し、その体積を書け。

問 4 半径 a の球の体積を厚さ dz の円板に z 軸と垂直に輪切りに分割して求めよ。

問 5 $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ で表される質量が M の剛体球がある。

この球を z 軸のまわりで軸回させる。

球の慣性モーメントを求めよ。

(答え) $I = \frac{2}{5} Ma^3$

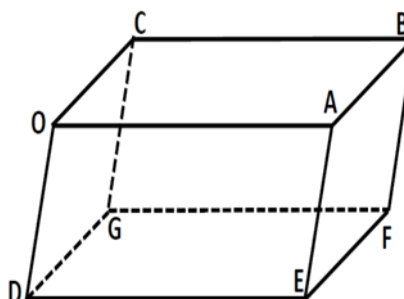
問 1 平行六面体 OABC-DEFG において、 $\vec{OA} = \vec{a}$ $\vec{OC} = \vec{c}$ $\vec{OD} = \vec{d}$ とする。

(1) 線分 OF の中点を M とするとき、

\vec{OM} を $\vec{a}, \vec{c}, \vec{d}$ を使って表せ。

(2) 線分 BD の中心を N とするとき、

\vec{ON} を $\vec{a}, \vec{c}, \vec{d}$ を使って表せ。



問 2 2つのベクトル $\vec{a} = (x, -1, y)$ $\vec{b} = (y - 1, -\frac{3}{2}, 2x + 2)$ が平行となるような実数 x, y の値を求めよ。

問 3 点 $X_0(A, B, C)$ を通り、ベクトル $\vec{d} = (a, b, c)$ に平行な直線を求めよ。

問 4 点 $A(3, 2, 4)$ を通り、ベクトル $\vec{n} = (4, 5, 3)$ に垂直な平面の方程式を求めよ。

問 5 ベクトル $(-1, 2, -1)$ とベクトル $(-3, 2, 1)$ の両方と垂直で大きさが $\sqrt{3}$ であるベクトルを求めよ。

問 6 3点 $A(3, -1, 2)$, $B(2, 1, 1)$, $C(0, 1, 3)$ を通る平面の方程式を求めよ。

答え 問 1 (1) $\frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{c} + \vec{d})$ (2) $\frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{c} + \vec{d})$

問 2 $(x, y) = (2, 4)$ 問 3 $\frac{x-A}{a} = \frac{y-B}{b} = \frac{z-C}{c}$

問 4 $4x+5y+3z=34$ 問 5 $(1, 1, 1)$ 問 6 $x+y+z=4$